

UNIVERSIDAD CATÓLICA SANTO TORIBIO DE MOGROVEJO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL



**OPTIMIZACIÓN DE UTILIDADES EN UNA EMPRESA PANADERA
MEDIANTE UN MODELO MATEMÁTICO DE PRODUCCIÓN Y UN
MODELO DE RUTEO DE VEHÍCULOS**

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE
INGENIERO INDUSTRIAL**

AUTOR

EDSON ALEXANDER CASTAÑEDA CORONEL

ASESOR

SONIA MIRTHA SALAZAR ZEGARRA

<https://orcid.org/0000-0002-5299-1200>

Chiclayo, 2021

**OPTIMIZACIÓN DE UTILIDADES EN UNA EMPRESA
PANADERA MEDIANTE UN MODELO MATEMÁTICO
DE PRODUCCIÓN Y UN MODELO DE RUTEO DE
VEHÍCULOS**

PRESENTADA POR:

EDSON ALEXANDER CASTAÑEDA CORONEL

A la Facultad de Ingeniería de la
Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo
para optar el título de

INGENIERO INDUSTRIAL

APROBADA POR:

Oscar Kelly Vásquez Gervasi

PRESIDENTE

Abel Enrique González Wong

SECRETARIO

Sonia Mirtha Salazar Zegarra

VOCAL

Índice

Resumen	4
Abstract	5
Introducción	6
Revisión de literatura	7
Materiales y métodos	9
Resultados	11
Diagnóstico de la situación actual	11
Formulación del modelo matemático de producción	14
Formulación del modelo de ruteo de vehículos	19
Evaluación de la viabilidad económica	23
Discusión	25
Conclusiones	26
Recomendaciones	26
Referencias	27
Anexos	29

Resumen

El contexto actual requiere que pequeñas empresas de la industria panadera sean más competitivas. Sin embargo, basar la toma de decisiones en la experiencia operativa dificulta el alcance de los mejores resultados económicos. Esta investigación tuvo como objetivo principal optimizar las utilidades de una empresa del sector panadero empleando un modelo matemático de producción y un modelo de ruteo de vehículos. Se inició con el diagnóstico para identificar y procesar la información requerida para los modelos. Se recolectó información de un mes través de hojas de registro y una constante revisión bibliográfica durante todo el desarrollo de la investigación. Posteriormente, se formuló un modelo matemático de producción que maximizó las utilidades brutas y se resolvió utilizando el software Lingo. Luego, se formuló y adaptó un modelo de ruteo de vehículos que minimizó los gastos de transporte y se resolvió usando el software Lingo a través de un método exacto de solución (Ramificación y Acotamiento). Se utilizó la programación lineal entera para los dos modelos y fueron solucionados con el mismo algoritmo. Finalmente, se evaluó económicamente la propuesta. Se logró obtener una utilidad bruta óptima que fue 20,86% mayor y un gasto de transporte mínimo que alcanzó a ser 10,49% menor. Esto generó, en conjunto, una utilidad operativa óptima que fue 38,41% mayor a la utilidad operativa de la situación inicial. Se concluye que un modelo matemático de producción y un modelo de ruteo de vehículos optimizan las utilidades en la empresa panadera, alcanzando resultados confiables, acertados y sostenibles.

Palabras clave: optimización, empresa panadera, programación lineal entera, ruteo de vehículo

Abstract

The current context requires small companies in the bakery industry to be more competitive. However, basing decision-making on operating experience makes it difficult to achieve the best financial results. The main objective of this research was to optimize the profits of a company in the bakery sector using a mathematical production model and a vehicle routing model. It began with the diagnosis to identify and process the information required for the models. Information of one month was collected through record sheets and a constant bibliographic review throughout the development of the research. Subsequently, a mathematical production model has formulated that maximized gross profit and was solved using the Lingo software. Then, a vehicle routing model was formulated and adapted that minimized transportation costs and solved using the Lingo software through an exact solution method (Branch and Bound). Integer linear programming was used for the two models and they were solved with the same algorithm. Finally, the proposal was economically evaluated. It was possible to obtain an optimal gross profit that was 20.86% higher and a minimum transportation expense that was 10.49% lower. This generated, overall, an optimal operating profit that was 38.41% higher than the operating profit of the initial situation. It is concluded that a mathematical production model and a vehicle routing model optimize the profits in the bakery company, achieving reliable, successful, and sustainable results.

Keywords: optimization, bakery company, integer linear programming, vehicle routing.

Introducción

Las pequeñas empresas de la industria panadera suelen utilizar el método de prueba y error para la producción y distribución de sus productos, generando así que no se conozca de forma exacta las verdaderas utilidades que se pueden alcanzar. La empresa Panadería Pastelería Vicentino E.I.R.L., ubicada en la ciudad de Chiclayo, no es ajena a esto, por lo que presenta problemas en la toma de decisiones operativas. Sus siete establecimientos hacen imposible que el método de prueba y error le permita alcanzar las mejores utilidades posibles. El no tomar en cuenta los factores limitantes y el beneficio real de cada producto, imposibilita que la empresa defina las cantidades óptimas a producir, generando incertidumbre en las utilidades a alcanzar junto con un margen de utilidades operacionales no percibidas de hasta el 2,52% (S/ 3 287) por una oferta inadecuada y pérdidas mensuales por productos no vendidos de hasta el 2,46% (S/ 790) con respecto a las utilidades operativas. Los productos son horneados en solo cuatro de los establecimientos, desde los cuales son distribuidos a los demás locales de forma caótica y desorganizada. La disponibilidad de los vehículos y la errónea planificación de envíos han generado gastos adicionales por la subcontratación de vehículos de hasta S/ 498 mensuales y un incremento en sus costos de transporte. La planificación y las actividades de la empresa se han tornado complejas debido a cantidad de establecimientos, la variedad de productos y las distintas restricciones de capacidad, demanda y recursos. La empresa, en la actualidad, alcanza un margen de utilidad bruta de 42,96%, un margen de utilidad operativa de 24,64% y un indicador gastos de distribución vs ventas de 4,8% durante el mes analizado, sin tener la certeza de haber alcanzado un resultado óptimo. Por ello, se necesita sustentar la toma de decisiones en un método confiable que pueda dar una aproximación a los mejores resultados posibles para la empresa panadera.

La investigación de operaciones ha sido importante como apoyo en la toma de decisiones en las empresas, obteniendo soluciones óptimas en diferentes situaciones problemáticas. A través de la programación lineal entera se han podido optimizar distintas realidades de forma acertada, alcanzando mejores resultados económicos al ser contrastados con el manejo empírico de una organización. Su amplio campo de aplicación ha permitido alcanzar el máximo potencial en aspectos como la planificación de producción y distribución dentro de un sistema productivo, aunque esto implica un incremento en la complejidad de los modelos de optimización cuando se consideran, de forma simultánea, distintos componentes de las actividades de una empresa u organización. Sin embargo, de esta manera, puede lograr resultados más confiables al representar un problema de optimización de forma integrada, precisa y realista.

La programación lineal entera hace referencia a un problema de optimización en la cual las variables están condicionadas a tomar valores enteros y el modelo matemático utiliza funciones matemáticas lineales con propiedades como proporcionalidad, divisibilidad, aditividad y certidumbre. Es empleado, comúnmente, para abarcar problemas como la planificación de la producción, el manejo de stock, ruteo de vehículos, asignación de tareas, entre otros. Con estas aplicaciones, se ha logrado demostrar su utilidad para alcanzar los mejores márgenes de ganancia y la minimización de los gastos operativos, aprovechando la capacidad de producción y reduciendo los despilfarros en el período estudiado. A través de su aplicación en diversas organizaciones y su amplio campo de estudio, ha demostrado ser muy efectiva para alcanzar los resultados óptimos en productividad, economía, eficiencia de recursos, gastos de operación y satisfacción de clientes, sin dejar de lado el desarrollo sostenible.

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿En qué medida un modelo matemático de producción y un modelo de ruteo de vehículos optimizarán las utilidades en una empresa panadera?

El objetivo general de esta investigación es proponer un modelo matemático de producción y un modelo de ruteo de vehículos en la empresa Panadería Pastelería Vicentino E.I.R.L. para optimizar sus utilidades. Para lo cual fue necesario diagnosticar la situación actual de la producción y distribución de la empresa, seguido de formular un modelo matemático de producción, posteriormente se procede a formular el modelo de ruteo de vehículos y, finalmente, se evalúa la viabilidad económica de la propuesta.

Esta investigación pretende servir como referente para que empresas panaderas y otras empresas de rubros similares, consideren la investigación de operaciones como una herramienta clave en sus actividades. Además, se intenta hacer frente al vacío académico existente con respecto a la aplicación de modelos matemáticos para la optimización de utilidades en pequeñas empresas, buscando mostrar los beneficios en la planificación, economía y medio ambiente.

Revisión de literatura

La optimización, como indica Derigs [1], intenta maximizar o minimizar una determinada función objetivo que está en función a un conjunto de variables sujetas a distintas restricciones. La investigación de operaciones es una disciplina que busca la optimización, pues según Montufar *et al.* [2], es la aplicación del método científico en problemas que pueda presentar el contexto de una organización, obteniendo soluciones óptimas que ayuden a lograr algún objetivo trazado. Para Hillier y Lieberman [3], un estudio de investigación de operaciones tiene las siguientes fases: Definición del problema y recolección de información, formulación del modelo, simulación del modelo en software, mejoramiento del modelo, análisis de sensibilidad y, finalmente, la preparación para su implementación.

Según [3], la programación lineal es un problema de optimización en el cual el modelo matemático utiliza funciones matemáticas lineales y es una de las técnicas matemáticas utilizadas por la investigación de operaciones. Taha [4, pp. 56-57] y Akpan [5, pp. 53-54] indican que se puede expresar un problema de optimización de programación lineal de forma general y sintetizada de la siguiente manera:

Función objetivo (Max o Min):

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j * x_j$$

Sujeta a las restricciones:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j (\leq, \geq, =) b_i, i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Dorcas, Sulaiman y Akeyede [6], identificaron que en la empresa panadera Lace Bread Enterprises existía una alta deficiencia con respecto a las cantidades a producir y establecieron como objetivo determinar la mezcla de productos óptima para alcanzar los mejores beneficios posibles. Iniciaron con la recolección de información durante un mes sobre los productos y las limitaciones del proceso. Luego procedieron a formular el modelo matemático teniendo como función objetivo maximizar los beneficios en función a 6 productos sujeto a 22 restricciones en total. Utilizaron el módulo lpSolve de R Statical para resolver el modelo, obteniendo como resultado un beneficio máximo de ₦ 558 000, indicando que se deberían producir solo 1 550 unidades de pan familiar y 4 650 panes de banana por mes, descartando la producción de las otras variedades de pan. Recomiendan considerar otros elementos de la realidad de la empresa que pueden cambiar significativamente el resultado de la investigación con el objetivo de tener

resultados más acertados e indica que el resultado obtenido a través del modelo debe ser contrastada con los resultados que se obtiene a través del método de trabajo de prueba y error.

De igual manera, Oladejo, Abolarinwa, Salawu, Lukman y Bukari [7], tuvieron como objetivo aplicar la programación lineal con el fin de optimizar los beneficios de la panadería Landmark University. Iniciaron con la recopilación de datos secundarios como precio de venta, ingredientes y disponibilidad de insumos de cinco variedades de pan. Utilizaron un período mensual para su estudio, formularon las restricciones del modelo y definieron la función objetivo como la maximización del beneficio mensual. Sus resultados indicaron que, de las 5 variedades de productos analizados, solo dos eran los requeridos para obtener un beneficio máximo de aproximadamente ₦ 1 860 000 mensuales. Sri, Rosida, Mentari, Novitasari y Yulista [8], tuvieron como objetivo optimizar los beneficios mensuales de Bintang Bakery. Iniciaron con la recolección de datos a través de entrevistas y observación sobre tres productos, la disponibilidad de 13 materias primas, la disponibilidad de 3 máquinas, las horas disponibles de mano de obra y la demanda mínima. Posteriormente, formularon las restricciones y función objetivo del modelo. Finalmente, usando el software Lindo, obtuvieron la solución óptima del problema de optimización compuesto por 3 variables de decisión y 18 restricciones. Alcanzaron un resultado óptimo de Rp 19 750 000 mensuales, que representó un beneficio mensual 1,23% mayor a los beneficios mensuales en su situación inicial. Concluyen que el software LINDO ayudó a obtener una solución óptima para el problema de optimización, alcanzando el máximo beneficio para la empresa y aumentando la utilización de los recursos (materia prima, maquinaria y horas laborales) sin sobrepasar la disponibilidad de estos.

La programación lineal entera indica que las variables de decisión pueden tomar únicamente valores enteros incluido el 0 como, por ejemplo, unidades a producir, número de personas, entre otros [9, p. 1], por lo cual se le adiciona la siguiente restricción:

$$x_j \text{ es entero; para algunos o todos } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

La investigación de Muda y Sim [10] es una sólida muestra del beneficio que se puede alcanzar con la utilización de la programación lineal entera, pues indicaron que la empresa panadera Daily Bakery Sdn Bhd tenía problemas para determinar las cantidades a producir que le permitan obtener las mayores ganancias. Iniciaron con la identificación de los productos y la recolección de información de la empresa como los requerimientos de materiales por cada producto, la demanda de los productos, restricciones de la producción, costos de producción y beneficio de los distintos productos desde un enfoque diario. Posteriormente, formularon el modelo matemático y solucionaron el modelo en el software POM-QM para el modelo de 8 variables de decisión medidas en lotes y 16 restricciones. Finalmente, realizaron un análisis de sensibilidad utilizando el mismo software. Obtuvieron un beneficio óptimo de aproximadamente RM 65 377,29 con una mezcla de producción adecuada e indican que un cambio en el costo de algún material generaría la modificación del modelo y la solución óptima tras haber simulado nuevamente el modelo. Concluyen que la programación lineal entera obtiene mejores resultados que el enfoque de producción prueba y error empírico utilizado por esta industria. Recomiendan considerar restricciones de límite inferior y superior para la demanda diaria de los productos, salario de personal, costos de producción detallados, entre otros.

Molefe [11] enfatizó que un modelo de optimización lineal para una panadería debería abarcar la planificación en el área de producción y la programación de la distribución. Demostró que la optimización de la planificación de producción logra maximizar los beneficios para una empresa panadera y que la optimización de la distribución alcanza la minimización de los costos de transporte, infiriendo un incremento en las utilidades.

Los problemas de ruteo de vehículos (VRP), según lo indicado por Liong, Wan, Khairuddin y Zirour [12], son estudiados por la investigación operativa y se da cuando algunos clientes demandan una cantidad conocida de uno o varios puestos de abastecimiento o producción y su objetivo es encontrar un conjunto de rutas que satisfagan restricciones a un costo total mínimo. Este tipo de problemas posee variantes en función a las distintas restricciones como VRP con limitaciones de capacidad (CVRP), ventanas de tiempo (TWVRP), entre otros [13]. Así, el enrutamiento empírico se ve dificultado debido a la cantidad de entregas, dispersión de establecimientos, capacidades, demandas y períodos de tiempo [14]. En la industria panadera, a través de métodos de optimización aproximados, algunas investigaciones muestran una referencia de los resultados que se podrían alcanzar con el enrutamiento de vehículos.

Kucera y Jarkovska [15] tuvieron como objetivo optimizar las entregas de la panadería NOPEK para lo cual utilizaron un modelo de ruteo de vehículos de capacidad homogénea con el método de optimización aproximado debido al tamaño del problema (17 puntos de entrega). Iniciaron con la recolección de información y, posteriormente, formularon el problema de optimización definiendo la heurística como su método de optimización. Obtuvieron como resultado 2,5% adicionales en sus utilidades (60 000 CZK anuales), garantizando un uso equilibrado de vehículos. Arango, Adarme y Zapata [16], emplearon el ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (TWVRP) en una empresa panadera. Iniciaron con la recolección de información, para luego continuar con la formulación y solución del problema. Obtuvieron como resultado una disminución del 20,07% en los costos de transporte diarios (24 620 MXN). De igual manera, Pacheco, Alvarez, García y Angel-Bello [17] propusieron un modelo de programación lineal entera mixta para optimizar las rutas de vehículos en una empresa panadera. Utilizaron un algoritmo metaheurístico para obtener una solución en un período corto de tiempo. Obtuvieron como resultado una reducción del 20% de los costos de transporte. Tunjongsirigul y Pongchairerks [18], en una empresa panadera con un único depósito y 30 clientes, optaron por algoritmos genéticos como su método de solución. Alcanzaron una reducción promedio del 6,62% en la distancia diaria recorrida (41,3 km), indicando que el modelo ruteo de vehículos ofrece mejores soluciones en comparación al ruteo típico o empírico.

Materiales y métodos

Para el diagnóstico de la situación actual de la empresa, se recolectó información a través de entrevistas no estructuradas a gerencia, contabilidad y maestros panaderos. También se utilizaron hojas de registro en los distintos establecimientos para su posterior procesamiento. Se utilizó una recolección de información a través del método de muestreo no probabilístico por conveniencia o muestreo intencional para los datos de demanda diaria. Se procesó la información cuantitativa recolectada de los distintos componentes del sistema productivo utilizando el software Microsoft Excel 2019. Los cálculos matemáticos necesitaron ser reforzados por los resultados de otras investigaciones para mejorar su exactitud y, además, requirió una constante revisión de bibliografía para identificar los distintos elementos que influenciarían en la investigación.

Posteriormente, para formular el modelo matemático de producción, se siguió el procedimiento propuesto por Hillier y Lieberman [3]. Se sintetizó la información recolectada, se formuló y procesó el modelo en el software LINGO 18.0, utilizando distintas guías para asegurar la correcta representación del lenguaje de programación en el software. Se realizó un análisis y revisión bibliográfica a los distintos antecedentes y libros relacionados con el tema de investigación a fin de determinar el tipo de modelo más adecuado y asegurar la correcta formulación de la función objetivo y las restricciones del modelo.

Seguido a ello, para formular el modelo de ruteo, se realizó una revisión bibliográfica a fin de determinar la variante de ruteo de vehículos que se amolda a la realidad de la empresa. Se realizaron cálculos matemáticos para procesar los datos de los resultados del modelo matemático de producción y la información obtenida del diagnóstico. Se recolectó información enfocada al transporte a través de hojas de registros durante un período diario con un muestreo por conveniencia. Posteriormente, se procesó y adaptó a los resultados del modelo matemático de producción. Además, se utilizó la herramienta de Google Maps para obtener información sobre la distancia a recorrer entre los establecimientos. Se realizó una constante revisión bibliográfica para formular correctamente el modelo de ruteo de vehículos. Luego se procesó, adaptó y resolvió el modelo en el software LINGO 18.0, realizando una simulación por cada variedad de producto.

Finalmente, para la evaluación económica, se realizó una comparación de los resultados que se obtendrían con el actual manejo de la empresa y el resultado que se obtendría con los modelos propuestos por el trabajo de investigación. Además, se analizó el costo de inversión que implicaría la implementación de la propuesta.

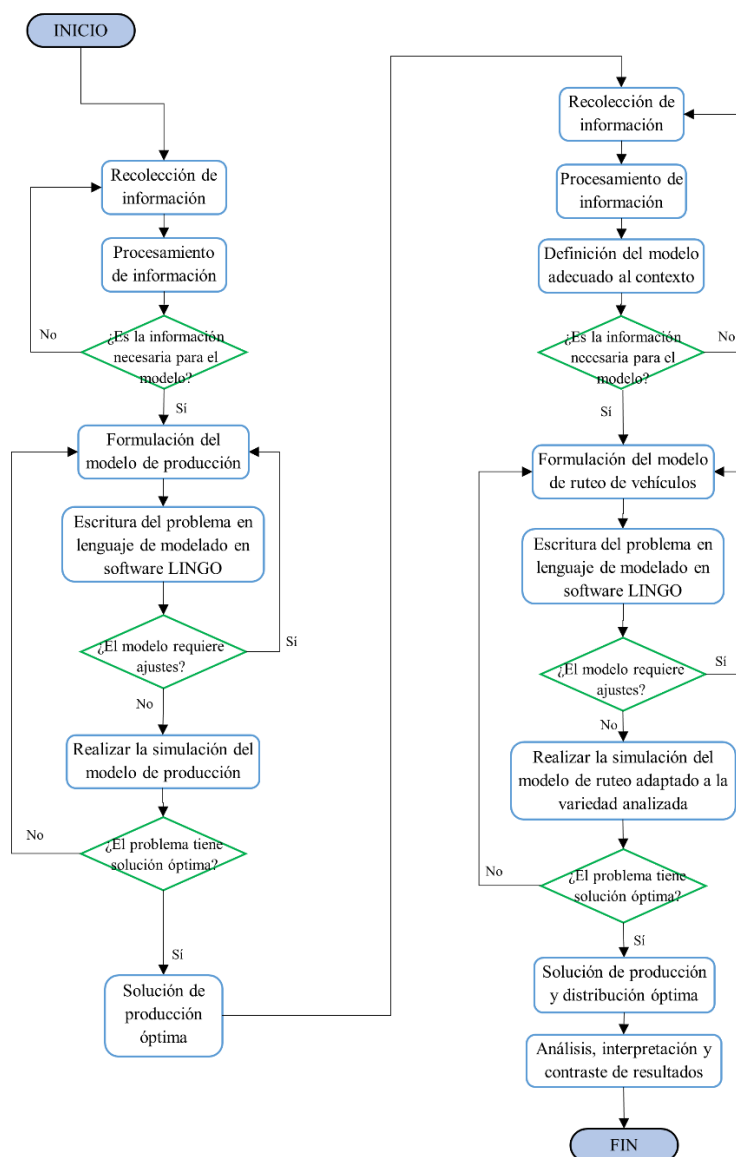


Fig. 1. Diagrama de flujo de la metodología empleada
Fuente: Elaboración propia

Resultados

Diagnóstico de la situación actual

La empresa Panadería Pastelería Vicentino E.I.R.L. está ubicada en la ciudad de Chiclayo y ha ido creciendo a lo largo de sus 13 años en el mercado. De los 7 establecimientos que tiene actualmente, 4 de ellos también son empleados para la producción, teniendo un horno en cada uno de estos establecimientos. Tiene, así, 2 hornos artesanales y 2 eléctricos. Los productos principales de la empresa son 16 variedades de pan, los cuales son procesados en un determinado tipo de horno como se especifica en la Tabla 1. La mayoría de estos productos tienen tiempos y temperaturas que le impiden ser horneados con otras variedades de productos (lotes), a excepción de los productos cachito croissant y empanada de globo (lotes combinados).

Tabla 1. Información sobre la variedad de productos

Tipo de horno	Productos	Demanda diaria		Tiempos de horneado
		Mínima	Máxima	
Horno eléctrico (H.E. 1 y H.E. 2)	Pan ciabatta	3 130	4 145	20 minutos
	Pan de yema	500	900	18,5 minutos
	Pan hamburguesa	357	670	18 minutos
	Pan mollete	527	853	17,5 minutos
	Paquete pan de molde integral	45	70	20 minutos
	Paquete pan de molde	46	69	20 minutos
	Pan italiano	1 700	2 550	18,5 minutos
	Pan coliza	996	1680	18 minutos
Horno artesanal (H.A. 1 y H.A.2)	Pan marraqueta	713	1 256	19 minutos
	Pan francés	2 093	2 698	18,5 minutos
	Pan baguet	124	255	18 minutos
	Pan mica de leña	2 856	4 132	18 minutos
	Paquete de Bizcochos	404	640	16 minutos
	Pan de manteca	648	1 299	17 minutos
	Cachito croissant	494	951	16,5 minutos
Empanada de globo	57	123	4 minutos	

Fuente: Empresa panadera

El producto es un bien de consumo no duradero, sería un error considerar un período semanal o mensual para determinar las cantidades a producir, además se fundamenta la selección de demanda diaria debido a que Muda y Sim [10] utilizan el período diario para su investigación, pues se relaciona de mejor manera con el contexto y actividades de la empresa. En la Tabla 1, se muestra la demanda diaria mínima y máxima a nivel empresa del registro de un mes. Además, en base al análisis del comportamiento del consumidor, se identificó que cuando el cliente no encuentra la variedad deseada, opta por la compra de otra variedad similar.

La empresa cuenta con un único almacén de 100 m² y asigna una determinada cantidad de insumos para la producción de su variedad de productos como se aprecia en la Tabla 2. Además, en el Anexo 1 - Anexo 4 se especifican los requerimientos de materiales de los lotes de productos y en unidades para el lote combinado de producto y en la Tabla 1 se especifican los tiempos de horneado requerido por cada una de las variedades de productos.

La mano de obra directa está distribuida en los 4 establecimiento encargados de producir, se tiene un total de 4 maestros panaderos que tienen un pago promedio por hora de S/ 5,36; 2 ayudantes de horneado con un pago promedio por hora de S/4,5 y 12 ayudantes con un pago promedio por hora de S/3,89. Los maestros panaderos se encargan, esencialmente, de la dosificación, sobado y el boleado. Los ayudantes de horneado se encargan de las actividades requeridas durante el horneado de los productos de hornos artesanales. Finalmente, los

ayudantes panaderos son 3 por cada establecimiento de producción debido a que se encargan de actividades como mezclado, amasado, división, labrado, despacho, embolsados y transportes entre actividades del proceso. La remuneración de la mano de obra directa varía en función al lugar de fabricación y los costos de mano de obra directa varían en función al producto y al establecimiento de producción. Lo mencionado anteriormente y los tiempos aproximados de las actividades fueron contemplado dentro de los cálculos de costos de mano de obra directa.

Tabla 2. Disponibilidad diaria y costo de factores de producción

N°	Factor de producción	Disponibilidad diaria	Costo
1	Materia prima e insumos		
	Harina	730 kg	S/1,78/kg
	Levadura	18 kg	S/16/kg
	Sal	14 kg	S/1,50/kg
	Agua	420 L	S/0,85/L
	Azúcar	46,5 kg	S/3/kg
	Manteca	51,6 kg	S/5,36/kg
	Mejoradores	6 kg	S/8,80/kg
	Huevos (60 g)	2,88 kg	S/0,38/huevo
	Harina integral	3,4 kg	S/9/kg
	Leche en polvo	1,05 kg	S/34,38/kg
	Esencia de vainilla	0,6 kg	S/8,30/kg
	Ajonjolí	4,1 kg	S/12/kg
	Anís	0,5 kg	S/3/kg
	Bolsa molde	150 unidades	S/0,06/unidad
	Bolsa bizcocho	700 unidades	S/0,07/unidad
2	Horno de producción		
	Horno eléctrico 1 (H.E. 1)	270 minutos	S/0,7173/kW-h
	Horno eléctrico 2 (H.E. 2)	270 minutos	
	Horno artesanal 1 (H.A. 1)	270 minutos	---
	Horno artesanal 2 (H.A. 2)	270 minutos	

Fuente: Empresa panadera

Los CIFs variables se integran por el costo de uso de maquinarias, la leña utilizada en hornos artesanales y el aceite utilizado durante el proceso. Se cuantificaron en función al producto. Los CIFs fijos son los costos de producción fijos que no varían con la producción y alcanzan un monto de S/ 185,48 diarios que representan los costos de limpieza, cuota fija de agua, mantenimiento, alquiler fijo de locales de producción, vigilancia, entre otros.

Los hornos eléctricos tienen una capacidad de 18 bandejas y esta tiene una determinada capacidad de unidades en función al producto. Además, se detalla tiempo disponible para el horneado en la Tabla 2. Es necesario mencionar que la empresa tiene una política en la cual espera tener una demanda mínima del 80% del tamaño del lote, caso contrario da como alternativa el abastecer esta demanda a través de los otros productos de cada tipo de horno. Otra política es que la empresa no produce la variedad pan coliza en el horno eléctrico 2.

En los hornos artesanales se pueden producir lotes combinados de cachito croissant y empanada de globo, por lo cual se tiene como limitante el área disponible de horneado. El área ocupada por una unidad del cachito croissant es de 0,0154 m², el área de una unidad de empanada de globo es 0,012 m² y el área disponible de horneado por lote en el horno artesanal 1 y 2 es de aproximadamente 7,605 m² y 8,19 m² respectivamente. Además, en cada lote combinado se hornean 4 rondas de empanadas de globo.

La empresa no cuenta con un método de costeo, pues, se tenía la concepción de que los distintos productos de panadería tenían un beneficio de aproximadamente el 37% de su precio de venta. Después de realizar los cálculos necesarios, se observó que esas cifras representan un

sesgo para la toma de decisiones, pues el beneficio por producto indica que es variable en función al lugar de producción y a la variedad como se puede observar en Anexo 5 - Anexo 7.

La empresa distribuye los productos de hornos artesanales y de hornos eléctricos entre sus establecimientos. En el Anexo 8 se muestra la ubicación de los hornos eléctricos y artesanales en los establecimientos y la distancia asimétrica entre cada establecimiento.

La densidad promedio del pan elaborado con harina de trigo que, según [19], es de aproximadamente $0,186 \text{ g/cm}^3$. Se considera que el limitante en el transporte es el volumen del producto, pues su densidad es baja. Debido a las actividades de la empresa, aunque el vehículo de producto terminado tiene una capacidad útil en volumen, se definió como capacidad lo especificado en el Anexo 9 en función al producto transportado y el tamaño de salida de los lotes de producción. Además, estas capacidades varían en función a la variedad transportada, pero no se supera la capacidad de volumen útil. La empresa cuenta con dos vehículos, uno para la repartición de producto terminado y otro para la repartición de materia prima e insumos. En la Tabla 3 se indican los costos variables que están en función al costo de combustible, el rendimiento y el costo cambio de aceite y llantas; además se indica el costo fijo diario que corresponde a conceptos como sueldo de chofer, seguros y mantenimiento. En el Anexo 8 se muestra la matriz de distancias asimétricas. Se consideró que el vehículo de materia prima e insumos mantiene el mismo recorrido, considerando su recorrido como fijo.

Tabla 3. Datos sobre la capacidad y costos de vehículos en situación actual

Vehículo	Recorrido situación actual	Costo variable total	Costo fijo total	Capacidad de volumen útil (cm ³)
Vehículo de producto terminado	173,33 km/día	S/0,33419/km	S/1 619,6/mes	2,6*10 ⁶
Vehículo de materia prima e insumos	108,33 km/día	S/0,34951/km	S/1 469,6/mes	
Vehículo subcontratado	---	---	S/498/mes	---

Fuente: Empresa panadera

Basándose en la información de la Tabla 10, en la Fig. 2 se infieren algunos indicadores como el margen de utilidad bruta (42,96%), margen de utilidad operativa (24,64%), gastos de transporte vs. ventas (4,8%) y pérdidas por productos no vendidos vs ingresos (0,61%).

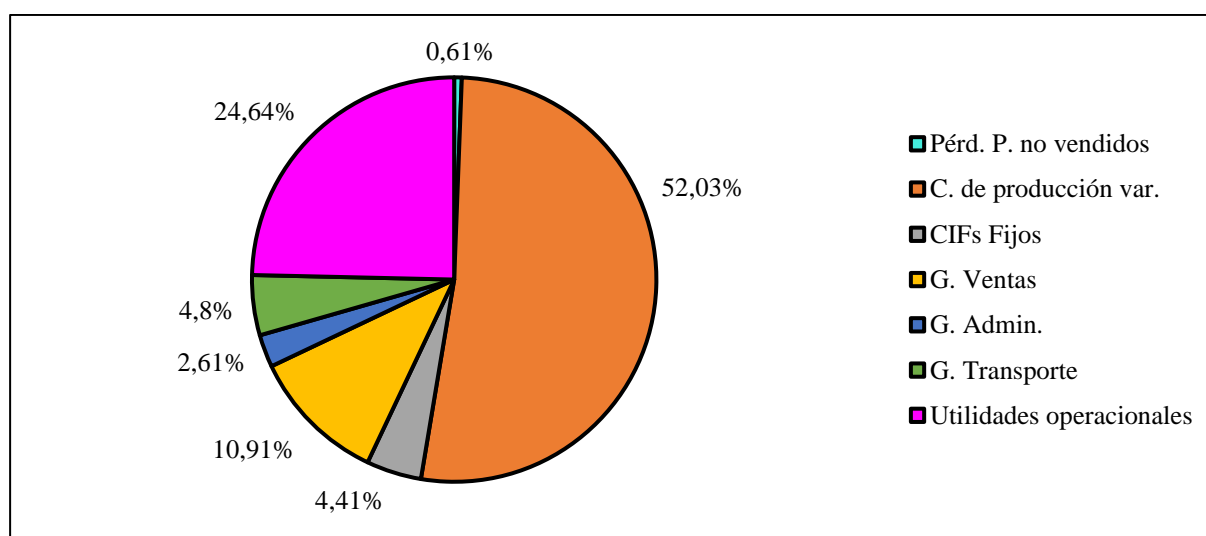


Fig. 2. Distribución de ingresos en situación actual

Fuente: Elaboración propia

Formulación del modelo matemático de producción

En [10] se utiliza programación lineal entera porque las variables de decisión eran el número de ciclos de horneados (lotes) de productos que se hornean por separado. En [7] se obtuvo como resultado una variable que adoptaba el valor de un número decimal, generando un sesgo en sus resultados. Sin embargo, se puede resaltar de [6] y [7] la unidad de análisis utilizada, pues, en la empresa de esta investigación, hay algunos productos que pueden ser horneados en un mismo lote. Por lo tanto, el problema de optimización del presente trabajo de investigación se amolda a un modelo matemático utilizando programación lineal entera para el modelo matemático de producción en un período diario de análisis, detallando cuidadosamente las variables que indican la cantidad de lotes de horneado de un producto y las variables que indican el número de unidades de un producto.

En la Tabla 5 se indican las variables de decisión que representan los lotes de producción de cada variedad (X_{ij}) y la cantidad de unidades en el caso de cachito croissant y empana (A_{ij}).

Tabla 4. Conjuntos, parámetros y variables del modelo matemático de producción

Símbolo	Definición	Unidad	Tipo
Z	Utilidad bruta diaria	S/ por día	F.O.
X_{ij}	Lotes de producción del producto j en el horno i	Lotes/día	Variable
A_{ij}	Unidades de producción del producto j en el horno i	Unidades/día	Variable
c_{ij}	Margen bruto de contribución por lote del producto j fabricado en el horno i	S/ por lote	Parámetro
ac_{ij}	Margen bruto de contribución por unidad del producto j fabricado en el horno i	S/ por unidad	Parámetro
CFp	Costo fijo de producción diario	S/ por día	Parámetro
F	Conjunto de hornos	---	Conjunto
P	Conjunto de variedad de productos	---	Conjunto
m	Número de hornos	---	Parámetro
n	Número de variedad de productos	---	Parámetro
D_j	Demanda diaria máxima del producto j	Unidades/día	Parámetro
d_j	Demanda diaria mínima del producto j	Unidades/día	Parámetro
a_{ij}	Unidades del producto j en un lote en el horno i	Unidades/lote	Parámetro
lD_j	Redondeo de demanda diaria máxima del producto j en lotes	Lotes/día	Parámetro
a_{qij}	Cantidad de material q para un lote de producto j en el horno i	kg/lote	Parámetro
aa_{qij}	Cantidad de material q para una unidad del producto j en el horno i	kg/unidad	Parámetro
b_q	Disponibilidad diaria de material q	kg/día	Parámetro
Q	Conjunto de materiales e insumos	---	Conjunto
h_{ij}	Minutos necesarios para hornear un lote de producto j en el horno i	min/lote	Parámetro
T_i	Minutos disponibles al día del horno i	min/día	Parámetro
h_{ai}	Minutos necesarios para hornear un lote combinado en el horno i	min/lote	Parámetro
Xa_i	Lotes combinados a producir en el horno i	lotes/días	Variable aux.
S_i	Área de horneado disponible por lote combinado en el horno i .	m ²	Parámetro
r_{ij}	Superficie ocupada por una unidad del producto j en el horno i	m ² /unidad	Parámetro
Xa_{i16}	Espacios para el producto $j = 16$ en un lote combinado del horno i	---	Variable aux.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5. Variables de decisión en hornos

Producto / Lugar de Fabricación	Horno eléctrico 1	Horno eléctrico 2	Horno artesanal 1	Horno artesanal 2
Pan ciabatta	X_{11}	X_{21}	---	---
Pan de yema	X_{12}	X_{22}	---	---
Pan de hamburguesa	X_{13}	X_{23}	---	---
Pan mollete	X_{14}	X_{24}	---	---
Pan de molde integral	X_{15}	X_{25}	---	---
Pan de molde	X_{16}	X_{26}	---	---
Pan italiano	X_{17}	X_{27}	---	---
Pan coliza	X_{18}	---	---	---
Pan marraqueta	---	---	X_{39}	X_{49}
Pan francés	---	---	X_{310}	X_{410}
Pan baguette	---	---	X_{311}	X_{411}
Pan mica de leña	---	---	X_{312}	X_{412}
Biscochos	---	---	X_{313}	X_{413}
Pan de manteca	---	---	X_{314}	X_{414}
Cachito croissant	---	---	A_{315}	A_{415}
Empanada de globo	---	---	A_{316}	A_{416}

Fuente: Elaboración propia

La función objetivo (1) de este problema de optimización de mezcla de producción será maximizar la utilidad bruta diaria generada por las variedades de productos fabricados en la empresa. Es necesario formular una función objetivo que maneje las unidades adecuadas de acuerdo con las distintas condiciones de producción.

Se formuló de forma general, adaptando un sumatorio doble [20] debido al contexto del problema y expresada con las variables de decisión y coeficientes correspondientes. Siguiendo la recomendación de [21], en donde se menciona de forma explícita que el margen de contribución de un producto debe ser considerada para la determinación de las mezclas de producción y adaptándola a las finalidades de la investigación, se tendrá como función objetivo maximizar Z que es la resta entre el margen bruto de contribución diario (ventas menos costos variables de producción) y el costo fijo de producción diario:

$$MAX Z = \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{14} [c_{ij} * X_{ij}] + \sum_{i=3}^m \sum_{j=15}^n [ac_{ij} * A_{ij}] \right] - CFp \quad (1)$$

Condicionado por:

Si $i = 1$, entonces $j = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Si $i = 2$, entonces $j = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Si $i = 3$, entonces $j = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$

Si $i = 4$, entonces $j = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$

Aplicando las condiciones de la función objetivo, iniciando con el desarrollo del sumatorio en base a i , que, debido a que existen 4 puntos de fabricación, es igual a 1, 2, 3 y 4. La función objetivo del problema de optimización (2) se define en base a la información de la Tabla 5 y Anexo 5 - Anexo 7. Así, cuando $i = 1$ hace referencia al horno eléctrico 1, cuando $i = 2$ hace referencia al horno eléctrico 2, cuando $i = 3$ hace referencia al horno artesanal 1 y cuando $i = 4$ hace referencia al horno artesanal 2.

$$\begin{aligned}
 MAX Z = & \left[\sum_{j=1}^8 [c_{1j} * X_{1j}] + \sum_{j=1}^7 [c_{2j} * X_{2j}] + \sum_{j=9}^{14} [c_{3j} * X_{3j}] + \sum_{j=9}^{14} [c_{4j} * X_{4j}] \right. \\
 & \left. + \sum_{j=15}^{16} [ac_{3j} * A_{3j} + ac_{4j} * A_{4j}] \right] - CFp
 \end{aligned} \tag{2}$$

Las restricciones (3)-(8) indican que la producción debería estar por encima de la demanda mínima y por debajo de la demanda máxima. Una particularidad de estas restricciones es que los productos que serían utilizados para abastecer a la demanda restante de los otros productos solo tendrán la restricción de demanda mínima. Estas restricciones pueden ser elaboradas en función a la Tabla 1 y el Anexo 1- Anexo 3.

$$\sum_{i=1}^2 [a_{ij} * X_{ij}] \leq D_j; \quad \text{para } j = 2, 3, 4, 5, 6, 7 \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^2 [a_{ij} * X_{ij}] \geq d_j; \quad \text{para } j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \tag{4}$$

$$\sum_{i=3}^4 [a_{ij} * X_{ij}] \leq D_j; \quad \text{para } j = 9, 10, 11, 13, 14 \tag{5}$$

$$\sum_{i=3}^4 [a_{ij} * X_{ij}] \geq d_j; \quad \text{para } j = 9, 10, 11, 12, 13, 14 \tag{6}$$

$$\sum_{i=3}^4 [A_{ij}] \leq D_j; \quad \text{para } j = 15, 16 \tag{7}$$

$$\sum_{i=3}^4 [A_{ij}] \geq d_j; \quad \text{para } j = 15, 16 \tag{8}$$

Las restricciones (8) y (9) dan a entender que la demanda mínima y máxima del producto $j = 8$ puede ser abastecida únicamente por la producción del lugar de fabricación $i = 1$, siendo una particularidad de las actividades de la empresa.

$$[a_{1j} * X_{1j}] \leq D_j; \quad \text{para } j = 8 \tag{9}$$

$$[a_{1j} * X_{1j}] \geq d_j; \quad \text{para } j = 8 \tag{10}$$

Las restricciones (11) - (13) representan una política de la empresa y se aplica cuando se solicita un lote incompleto con más del 80% del tamaño del lote de una variedad de producto. Se elimina la restricción de demanda máxima del producto y es reemplazada por la restricción basada en lotes de demanda máxima. Así, $LD_j = \lceil D_j/a_{ij} \rceil$ y, cuando $j = \{9, 10, 11, 13, 14\}$, se toma el menor valor entre a_{3j} y a_{4j} . La restricción (14) da a entender que en cada lote combinado ingresarán cuatro rondas en los espacios de horneado designados para la variedad $j = 16$.

$$\sum_{i=1}^2 [X_{ij}] \leq lD_j; \quad \text{para } j = 2, 3, 4, 5, 6, 7 \quad (11)$$

$$X_{1j} \leq lD_j; \quad \text{para } j = 8 \quad (12)$$

$$\sum_{i=3}^4 [X_{ij}] \leq lD_j; \quad \text{para } j = 9, 10, 11, 13, 14 \quad (13)$$

$$A_{i16} - 4 * X_{a_{i16}} = 0; \quad \text{para } i = 3, 4 \quad (14)$$

El conjunto de restricciones (15) limitan la utilización de recursos y materiales de la solución óptima para no superar la disponibilidad diaria de los recursos de la empresa. Estas restricciones pueden ser elaboradas a partir de la Tabla 2 y Anexo 1 - Anexo 4.

$$\sum_{j=1}^{14} \sum_{i=1}^4 [a_{qij} * X_{ij}] + \sum_{j=15}^{16} \sum_{i=3}^4 [aa_{qij} * A_{ij}] \leq b_q; \quad \forall q \in Q \quad (15)$$

Las restricciones (16) y (17) representan el comportamiento de consumo de los clientes, pues cuando no se encuentra de la variedad deseada se opta por otra variedad. Además, indica que las cantidades de demanda insatisfecha de algunas variedades tendría la opción de ser suplantada por la oferta de las variedades similares de mayor rentabilidad de acuerdo con los resultados óptimos. Estas restricciones pueden ser construidas a partir de la Tabla 1 y el Anexo 1 - Anexo 3.

$$\begin{aligned} (a_{18} * X_{18} - D_8) + \sum_{i=1}^2 [(a_{i1} * X_{i1} - D_1) + (a_{i7} * X_{i7} - D_7)] \\ \leq \sum_{j=2}^4 \sum_{i=1}^2 [D_j - (a_{ij} * X_{ij})] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=3}^4 [(a_{i12} * X_{i12} - D_{12}) + (a_{i10} * X_{i10} - D_{10})] \\ \leq \sum_{i=3}^4 [(D_9 - a_{i9} * X_{i9}) + (D_{14} - a_{i14} * X_{i14})] \end{aligned} \quad (17)$$

Las restricciones (18) - (20) aseguran que el tiempo empleado para la producción de los lotes no exceda la disponibilidad diaria de tiempo disponible en cada uno de los hornos. Se pueden construir con la información de la Tabla 1 y Tabla 2. En el caso de h_{ai} se tomará el tiempo de horneado mayor de las variedades que se hornean juntas.

$$\sum_{j=1}^8 [h_{ij} * X_{ij}] \leq T_i; \quad \text{para } i = 1 \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^7 [h_{ij} * X_{ij}] \leq T_i; \quad \text{para } i = 2 \quad (19)$$

$$\sum_{j=9}^{14} [h_{ij} * X_{ij}] + h_{ai} * Xa_i \leq T_i; \quad \text{para } i = 3, 4 \quad (20)$$

La restricción (21) asegura que el área empleada en un lote combinado no debe exceder la superficie disponible de horneado.

$$r_{i15} * A_{i15} + r_{i16} * Xa_{i16} \leq S_i * Xa_i; \quad \text{para } i = 3, 4 \quad (21)$$

Las restricciones (22) - (25) indican la no negatividad de las variables del problema. La restricción (26) indica la naturaleza entera de todas las variables de decisión.

$$X_{ij} \geq 0; \quad \forall i \in F, \forall j \in P \quad (22)$$

$$A_{ij} \geq 0; \quad \forall i \in \{3, 4\}, \forall j \in \{15, 16\} \quad (23)$$

$$Xa_{ij} \geq 0; \quad \forall i \in \{3, 4\}, \forall j \in \{16\} \quad (24)$$

$$Xa_i \geq 0; \quad \forall i \in \{3, 4\} \quad (25)$$

$$Xa_{ij}; Xa_i; X_{ij}; A_{ij} \in \mathbb{Z} \quad (26)$$

Para la obtención de la solución óptima del modelo matemático de producción, se utilizó el software LINGO 18.0. Realizó un total de 27 080 iteraciones en un lapso de 7 segundos empleando el algoritmo Ramificación y Acotamiento (Branch and Bound), obteniendo un resultado óptimo de utilidad bruta diaria de S/ 2 452,88. En la Tabla 6 y Tabla 7 se muestran los valores óptimos de las variables del modelo, incluyendo las variables auxiliares para la producción diaria óptima.

Se resalta que se obtiene una holgura de casi 2 horas (119 minutos exactamente) en el horno artesanal 1, indicando que debe usarse solo el 55,93% del tiempo disponible para el horneado de estos productos. Los productos pan ciabatta y pan francés son los que cubren la demanda de los demás productos de hornos eléctricos debido al comportamiento del consumidor, pues son priorizados porque generan el mayor beneficio para la empresa. Con el modelo matemático de producción, se obtuvo un ingreso mensual óptimo que es 17,01% mayor al del mes analizado y una utilidad bruta o beneficio mensual que alcanzó a ser, aproximadamente, 20,86% mayor con respecto al mes analizado.

Tabla 6. Resultados del modelo matemático de producción en hornos eléctricos

Productos	Horno eléctrico 1			Horno eléctrico 2		
	Variable	Lotes	Unidades	Variable	Lotes	Unidades
Lotes pan ciabatta	X_{11}	5 lotes	1 890 panes	X_{21}	9 lotes	3 402 panes
Lotes pan de yema	X_{12}	0 lotes	---	X_{22}	2 lotes	864 panes
Lotes pan hamburguesa	X_{13}	0 lotes	---	X_{23}	1 lote	432 panes
Lotes pan mollete	X_{14}	0 lotes	---	X_{24}	2 lotes	756 panes
Lotes pan de molde integral	X_{15}	1 lotes	54 unidades	X_{25}	0 lotes	---
Lotes pan de molde	X_{16}	1 lotes	54 unidades	X_{26}	0 lotes	---
Lotes pan italiano	X_{17}	4 lotes	1 728 panes	X_{27}	0 lotes	---
Lotes pan coliza	X_{18}	3 lotes	1 296 panes	---	---	---

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7. Resultados del modelo matemático de producción en hornos artesanales

Productos	Horno artesanal 1			Horno artesanal 2		
	Variable	Lotes	Unidades	Variable	Lotes	Unidades
Lotes pan marraqueta	X_{39}	0 lotes	---	X_{49}	2 lotes	1 176 panes
Lotes pan francés	X_{310}	0 lotes	---	X_{410}	5 lotes	2 940 panes
Lotes pan baguette	X_{311}	0 lotes	---	X_{411}	1 lote	252 panes
Lotes pan mica de leña	X_{312}	3 lotes	1 872 panes	X_{412}	3 lotes	2 016 panes
Lotes de bizcochos	X_{313}	4 lotes	416 paquetes	X_{413}	2 lotes	224 paquetes
Lotes pan de manteca	X_{314}	0 lotes	---	X_{414}	2 lotes	1 176 panes
Lotes combinados	Xa_3	2 lotes	---	Xa_4	0 lotes	---
Unidades cachito croissant	A_{315}	---	951 unidades	A_{415}	---	0 panes
Espacios para empanadas	Xa_{316}	---	30 espacios	Xa_{416}	---	0 espacios
Unidades empanadas	A_{316}	---	120 unidades	A_{416}	---	0 panes

Fuente: Elaboración propia

El análisis de sensibilidad no tiene un método definido para los modelos de programación lineal entera como lo indican Köhler [22], Shapiro [23] y Jensen [24]; por lo cual no se realizará en la presente investigación. Sin embargo, se pueden observar los cambios en el modelo y la solución óptima si se vuelve a simular el modelo en el software, como lo hicieron Muda y Sim [10], aunque con obvias limitaciones para obtener un análisis rápido y detallado. Así, a modo de ejemplo, un incremento del 1% en el costo de la harina cambiaría el modelo y los resultados, pues el beneficio diario disminuiría, mostrando un comportamiento similar a los resultados obtenidos en [10].

Formulación del modelo de ruteo de vehículos

Debido al reducido número de nodos del modelo, se puede utilizar un método de solución exacto para el modelo de ruteo de vehículos en un tiempo razonable, según lo indicado por Oesterle y Bauernhansl [25] y Mandy, Nashat y Amin [26]. Adicionalmente, Machuca, Dorin y García [27] indica que problemas con hasta 40 nodos pueden ser solucionados con programación lineal en tiempos razonables. Además, según Marsetiya, Kusuma, Wahid y Santoso [28], existe un incremento en investigaciones de problemas de ruteo de vehículos que han utilizado métodos exactos de solución durante los últimos años. Se adaptó y formuló el modelo de ruteo de vehículos, tomando como referencia los modelos presentados en [29] y [17].

Tabla 8. Conjuntos, parámetros y variables del modelo de ruteo

Símbolo	Definición	Unidad	Tipo
Z	Distancia recorrida al día por transporte de producto terminado	km/día	F.O.
d_{ij}	Distancia de recorrido del viaje del arco $(i, j) \in A$	km	Parámetro
Y_{ij}	Decisión de utilizar el vehículo para ir del establecimiento i al establecimiento j	---	Variable binaria
N	Conjunto de establecimientos $N = \{1, \dots, n\}$	---	Conjunto
n	Número de establecimientos	---	Parámetro
A	Conjunto de arcos con $A = \{(i, j) \in N^2: i \neq j\}$	---	Conjunto
Q	Capacidad del vehículo	Unidades	Parámetro
q_i	Demanda del establecimiento $i \in N$	Unidades	Parámetro
RV	Número mínimo de rutas o vehículos salientes del depósito	Rutas	Variable aux.
u_i	Demanda acumulada de la ruta al llegar al establecimiento i	Unidades	Variable aux.

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con el Anexo 9, se tienen 16 variedades de productos y se presentaron dos situaciones en función a su distribución:

- Un solo establecimiento de producción tiene la oferta de una variedad y los establecimientos demandantes solicitan una cantidad inferior o igual al tamaño del lote de producción de la variedad analizada.
- Dos establecimientos de producción tienen la oferta de una variedad de producto.

La primera situación será un modelo de ruteo de vehículos con un único depósito, con varias rutas con capacidad homogénea en función al producto a distribuir y con una matriz asimétrica de distancias. En la segunda situación, no se propuso un modelo de ruteo multidepósito. En cambio, se distribuyó la demanda en función a la oferta de cada establecimiento y se adaptó a un modelo de ruteo de un solo depósito.

Adicionalmente, se presentó algún caso en el que la demanda de un establecimiento exigió tener que visitar el establecimiento más de una vez por el vehículo para entregar la variedad solicitada, generando un conflicto con el modelo de ruteo de vehículos establecido. Para solucionar este inconveniente, se utiliza un artificio en el modelo base de la primera situación, adicionando nodos o establecimientos ficticios. Cuando la división de la demanda del establecimiento i entre la capacidad del vehículo es mayor a 1, entonces el conjunto de establecimientos se amplía adicionando el número de nodos ficticios, modificando el número de establecimientos como se indica en la fórmula (27). Además, la matriz de distancias asimétricas se amplía para completar los establecimientos ficticios con las distancias del establecimiento al que representará. La demanda se distribuirá de tal manera que uno o algunos de los establecimientos tengan una demanda igual a la capacidad del vehículo para distribuir las variedades.

$$N = \left\{ 1, \dots, n + \left(\sum_i \left(\left\lceil \frac{q_i}{Q} \right\rceil - 1 \right) \right) \right\}; \quad i \in N \setminus \{\text{depósito}\}, \quad \text{tal que } \left\lceil \frac{q_i}{Q} \right\rceil > 1 \quad (27)$$

Se requirió una simulación del modelo por cada producto variedad de producto en función a las situaciones de distribución que presentan, modificando la información de entrada como las demandas, la capacidad del vehículo, el depósito de la variedad analizada y la matriz asimétrica de distancias. Por ejemplo, si uno de los 7 establecimientos, excluyendo el ofertante, tiene una demanda igual a 0 ($q_i = 0$) entonces el conjunto N se reduciría a 6 establecimientos y la matriz de distancia asimétrica cambiaría a una de 6x6. Esto se realiza con el objetivo de no realizar recorridos innecesarios hacia establecimientos que no demandan el producto analizado.

Si $q_k = 0 \rightarrow N$ descarta a k dentro de su conjunto, exceptuando de esto al depósito ofertante. Así, el conjunto A también se ve modificado ya que sus elementos pertenecen a N^2 .

Se estableció que el vehículo procederá a repartir los productos en función a la salida de los lotes y en algunos casos cada 2 lotes. Es decir, cuando el lote o el par de lotes termine el proceso de horneado son distribuido inmediatamente, definiendo que la capacidad del vehículo será igual a la cantidad a transportar, que siempre está por debajo de la capacidad real en volumen.

En función a los resultados obtenidos del modelo matemático de producción, se procesó la demanda diaria de los productos en cada establecimiento, a fin de que se amolde a la oferta. Así, en el Anexo 9 se muestra la demanda diaria de productos en función al establecimiento y se detalla la oferta de cada establecimiento productor tras haber abastecido su propia demanda.

La variable de decisión principal para este modelo de ruteo de vehículos es Y_{ij} . Es una variable de decisión binaria para determinar las rutas óptimas a realizar; tomará un valor igual

a 1 si el vehículo de producto terminado va de del establecimiento i al establecimiento j en el recorrido, tomará un valor igual a cero si no se realiza el tramo con las mismas condiciones.

La variable de decisión auxiliar u_i , es una variable de decisión entera que representa la demanda acumulada de la variedad analizada que se tiene hasta el establecimiento i a lo largo del recorrido. Así, en el último nodo del recorrido (excluyendo el establecimiento de producción), el valor de u_i representa la carga con la cual el vehículo tuvo que salir del establecimiento ofertante. Fue necesario considerar esta variable dentro del modelo, pues buscará satisfacer la demanda de las variedades de productos sin sobrepasar la capacidad.

La variable de decisión auxiliar RV , es una variable entera que representa la cantidad de rutas mínimas a realizar para distribuir los productos de la variedad analizada.

La función objetivo (28) del modelo de ruteo de vehículos desde un solo depósito será minimizar la distancia recorrida en un día para distribuir los lotes producidos de la variedad analizada. Esta función objetivo será aplicable a la distribución en la primera y segunda situación. Siendo modificada por (27) y la ampliación o reducción del conjunto N junto con la modificación del conjunto A y la matriz asimétrica de distancias.

$$MIN Z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} [d_{ij} * Y_{ij}] \quad (28)$$

Las restricciones (29)-(41) son condicionadas por la modificación de (27) y la modificación de disminuir el número de elementos del conjunto N .

La restricción (29) asegura que el vehículo no salga y entre al mismo nodo, evita el viaje dentro de un nodo hacia el mismo nodo.

$$Y_{kk} = 0; \quad \forall k \in N \setminus \{depósito\} \quad (29)$$

La restricción (30) asegura que el nodo sea visitado solo una vez por vehículo o ruta, evitando la llegada de más de un vehículo al nodo.

$$\sum_{i \in N, i \neq j} Y_{ij} = 1; \quad \forall j \in N \setminus \{depósito\} \quad (30)$$

La restricción (31) asegura que del nodo salga solo un vehículo o ruta, evitando la salida de más de un vehículo del nodo.

$$\sum_{j \in N, j \neq k} Y_{ij} = 1; \quad \forall i \in N \setminus \{depósito\} \quad (31)$$

La restricción (32) asegura que la demanda acumulada en el nodo k , esté dentro del intervalo de la demanda del establecimiento k y la capacidad del vehículo. De esta manera, la carga requerida acumulada o demanda acumulada es capaz de abastecer como mínimo al nodo k sin exceder la capacidad del vehículo. Así, cuando el establecimiento k sea el primer nodo visitado por la ruta u_k será igual a q_k .

$$q_k \leq u_k \leq Q; \quad \forall k \in N \setminus \{depósito\} \quad (32)$$

La restricción (33) asegura que, en caso de darse, la carga destinada a nodos consecutivos podría ser abastecido por la misma ruta siempre y cuando sea lo que se demanda y no se exceda

la capacidad del vehículo en la ruta. Esta restricción evita los subciclos y contribuye a que se generen el número de rutas adecuadas.

$$\begin{aligned} u_k &\geq u_i + q_k - Q + Q * (Y_{ki} + Y_{ik}) - Y_{ki} * (q_k + q_i); \\ \forall k \in N \setminus \{\text{depósito}\}, \quad \forall i \in N \setminus \{\text{depósito}\}, i \neq k \end{aligned} \quad (33)$$

La restricción (34) asegura que la carga no exceda la capacidad del vehículo para realizar la ruta. Además, indica que la demanda acumulada en el primer establecimiento visitado será igual a la demanda del establecimiento.

$$u_k \leq Q - (Q - q_k) * Y_{\{\text{depósito}\}k}; \quad \forall k \in N \setminus \{\text{depósito}\} \quad (34)$$

La restricción (35) asegura que la carga acumulada (diferente a la del primer establecimiento) sea mayor o igual a la suma entre la demanda del establecimiento y las demandas de los nodos siguientes de la ruta.

$$u_k \geq q_k + \sum_{i \in N \setminus \{\text{depósito}\}} (q_i * Y_{ik}); \quad \forall k \in N \setminus \{\text{depósito}\} \quad (35)$$

La restricción (36) busca determinar la cantidad mínima de vehículos o rutas a tomar para repartir el producto. Esta restricción asegura que se establezca un mínimo de rutas a recorrer.

$$\left\lceil \sum_{i \in N \setminus \{\text{depósito}\}} \frac{q_i}{Q} \right\rceil = RV \quad (36)$$

La restricción (37) busca enviar como mínimo RV rutas o vehículos desde el establecimiento de producción hacia los demás locales.

$$\sum_{j \in N \setminus \{\text{depósito}\}} Y_{\{\text{depósito}\}j} \geq RV \quad (37)$$

La restricción (38) asegura que los vehículos que salen del depósito regresen al depósito.

$$\sum_{i \in N \setminus \{\text{depósito}\}} Y_{i\{\text{depósito}\}} = \sum_{j \in N \setminus \{\text{depósito}\}} Y_{\{\text{depósito}\}j} \quad (38)$$

La restricción (39) indica que es una variable binaria y las restricciones (40) y (41) hacen referencia a la no negatividad y a la característica entera de las variables.

$$Y_{ij} \in \{0, 1\}; \quad \forall i, j \in A \quad (39)$$

$$u_i \geq 0; \quad \forall i \in N \setminus \{\text{depósito}\} \quad (40)$$

$$u_i, RV \in \mathbb{Z} \quad (41)$$

Para la obtención de la solución óptima del ruteo de vehículos, se utilizó el software LINGO 18.0 y realizó un total de 17 simulaciones del modelo adaptándolo a cada una de las variedades de productos. Se utilizó el algoritmo Ramificación y Acotamiento (Branch and Bound) debido a que se trata de programación lineal entera y tiene pocos nodos. En la Tabla 9 se muestran los resultados del modelo. El costo de distribución de los productos es determinado por la multiplicación del costo por kilómetro recorrido del vehículo (costo variable de distribución) y

los kilómetros recorridos en un día adicionando el costo fijo de distribución. Así, de acuerdo con la Tabla 3, se obtuvo un gasto mínimo de S/106,2 diarios por el transporte de productos.

Considerando que el vehículo de materia prima mantiene el mismo recorrido, se obtuvo un recorrido mínimo de 156,29 km al día para el reparto del producto terminado. Esto se convirtió en una disminución del 10,35% (S/ 22,3) en los gastos diarios totales de transporte y una disminución del 6,05% (17,05 km) del recorrido diario total. Adicionalmente, se obtuvo una reducción del 6,31% (1,7 L) en el consumo diario total de combustible, disminuyendo el impacto medioambiental a causa de la distribución de sus productos. Se pueden observar algunos resultados gráficos de ruteo en el Anexo 10.

Tabla 9. Resultados del modelo de ruteo diario

Producto	Rutas	Recorrido (km)	Cargamento inicial (unidades)	Costo óptimo de ruta (S/)
Pan ciabatta	1 → 4 → 1	5,4 km	756	S/6,64
	1 → 5 → 3 → 4 → 1	5,56 km	553	
	2 → 5 → 6 → 2	3,65 km	722	
	2 → 6 → 2	3,6 km	756	
	2 → 7 → 2	1,65 km	501	
Pan de yema	2 → 4 → 2	6,3 km	356	S/3,96
	2 → 3 → 2	1,95 km	305	
	2 → 6 → 2	3,6 km	203	
Pan hamburguesa	2 → 3 → 6 → 4 → 2	7,9 km	360	S/2,64
Pan mollete	2 → 6 → 4 → 2	7,9 km	378	S/3,32
	2 → 7 → 1 → 5 → 3 → 2	2,04 km	258	
Pan molde integral	1 → 3 → 6 → 4 → 2 → 7 → 1	7,9 km	104	S/2,64
Pan de molde				
Pan italiano	1 → 3 → 2 → 7 → 1	1,95 km	760	S/2,91
	1 → 5 → 6 → 4 → 1	6,76 km	787	
Pan coliza	1 → 3 → 4 → 1	5,47 km	423	S/3,30
	1 → 5 → 2 → 7 → 1	1,79 km	400	
	1 → 6 → 1	2,6 km	353	
Pan marraqueta	4 → 2 → 7 → 1 → 5 → 3 → 4	6,69 km	574	S/4,31
	4 → 6 → 4	6,2 km	404	
	4 → 1 → 5 → 3 → 4	5,56 km	957	
Pan francés	4 → 2 → 7 → 4	6,25 km	757	S/6,02
	4 → 6 → 4	6,2 km	777	
Pan baguette	4 → 2 → 7 → 1 → 3 → 6 → 4	7,9 km	182	S/2,64
Pan mica de leña	3 → 6 → 5 → 1 → 3	2,66 km	717	S/3,19
	4 → 7 → 6 → 4	6,9 km	1 063	
	3 → 2 → 1 → 5 → 3	2,01 km	99	
Lotes de bizcochos	3 → 6 → 3	1,8 km	161	S/3,6
	4 → 7 → 6 → 4	6,9 km	69	
	4 → 2 → 3 → 4	6,6 km	573	
Pan de manteca	4 → 6 → 4	6,2 km	332	S/4,28
	3 → 4 → 2 → 7 → 1 → 3	6,6 km	460 y 63	
Lote combinado (cachitos y empanadas)	3 → 6 → 3	1,8 km	240 y 34	S/2,81
TOTAL		156,29 km	---	S/52,23

Fuente: Elaboración propia

Evaluación de la viabilidad económica

Siguiendo la recomendación de [6] y [10], en la Tabla 10 se comparan los resultados económicos mensuales alcanzados a través del método empírico empleado actualmente y el

resultado alcanzado con la implementación de los modelos. Se identificó que las utilidades operativas alcanzarían un valor óptimo de S/ 44 501, lo cual representó un valor que es 38,41% mayor a las utilidades alcanzadas en la situación actual.

Al contrastar la Fig. 2 y Fig. 3, se notó mejoras en el margen de utilidad bruta, margen de utilidad operativa y gastos de transporte vs. ventas que alcanzaron un valor óptimo de 44,37%, 29,15% y 3,68% respectivamente. Además, se notó la eliminación de las pérdidas por productos no vendidos y los costos por subcontratación de vehículos como consecuencia de tomar decisiones en base a un método confiable de optimización.

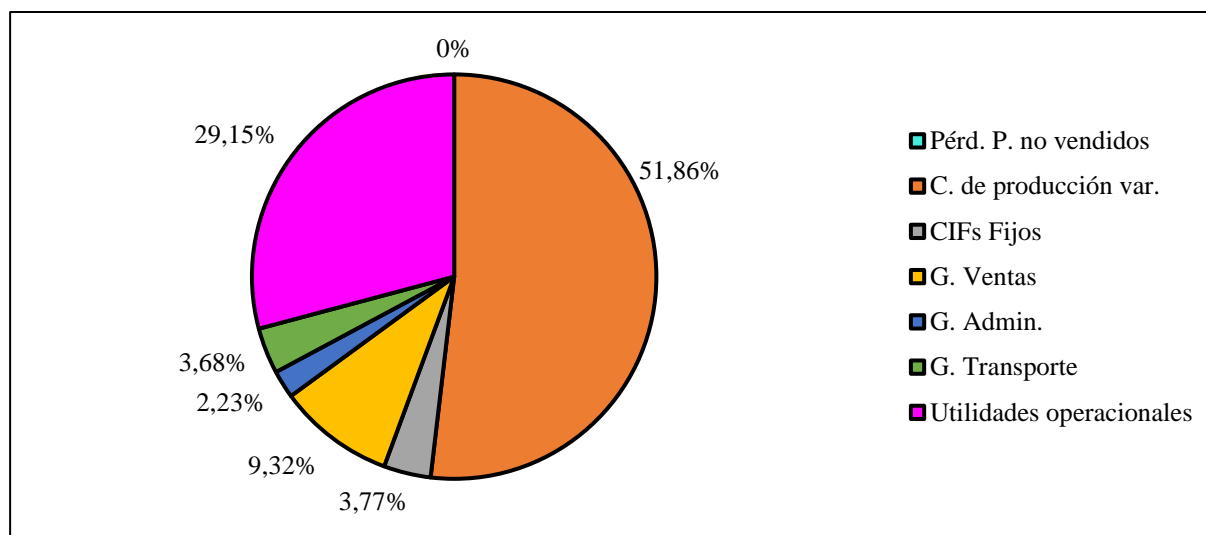


Fig. 3. Distribución de ingresos en situación propuesta

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10. Comparación económica actual-propuesta

Ítem	Sin optimización	Con optimización	Variación
Ingresos (Ventas)	S/130 479,50	S/152 677	17,01%
(-) Perdidas por productos no vendidos	S/790,00	S/0	-100%
(-) Costos de producción variables	S/67 887,17	S/79 181,64	16,64%
(-) CIFs fijos	S/5 750	S/5 750	---
(=) Utilidad bruta (beneficio)	S/56 052,33	S/67 745,36	20,86%
(-) Gastos operativos totales	S/23 901,30	S/23 243,82	-2,75%
G. Ventas (C. ventas)	S/14 232,04	S/14 232,04	---
G. Administración (C. administración)	S/3 400	S/3 400	---
G. Transporte (C. distribución)	S/6 269,26	S/5 611,78	-10,49%
Sueldo de conductores	S/2 550	S/2 550	---
Mantenimiento de vehículos	S/200	S/200	---
Seguro de vehículos	S/292,50	S/292,50	---
SOAT	S/46,67	S/46,67	---
Combustible de vehículos	S/2 462,61	S/2 316,42	-5,94%
Cambio de llantas	S/98,15	S/92,21	-6,05%
Cambio de aceite	S/121,33	S/113,99	-6,05%
Vehículos subcontratados	S/498	S/0	-100%
(=) Utilidad Operacional	S/32 151,03	S/44 501,54	38,41%

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 11, se evaluó la viabilidad económica de la propuesta considerando un costo de inversión por capacitación en Excel para gerencia, compra de una laptop y la compra de 7

tablets para la mejora de la recolección de información que generaría una mayor confiabilidad en los resultados. Además, se contempló la contratación de planes de internet móvil y contratación de un consultor o asesor con conocimientos en investigación de operaciones y softwares de optimización. La inversión fue evaluada en base al incremento de las utilidades mensuales que ascienden a S/12 350,51 (ver Tabla 10).

Evaluando la inversión en un período de tres meses, se obtuvo una relación beneficio-costos de 1,47. Esto indicó que por cada sol invertido se generarían S/ 0,47 adicionales en las utilidades operativas, demostrando que la propuesta es económicamente viable y autosustentable al ser calculado en base al incremento de las utilidades. Por último, se estimó que se empezarían a obtener utilidades adicionales desde, aproximadamente, el día 27 del primer mes.

Tabla 11. Incremento del flujo de caja con propuesta

Ítem	MES 1	MES 2	MES 3
Incremento en utilidades operacionales	S/12 350,51	S/12 350,51	S/12 350,51
Costos de inversión			
Consultoría para planificación	S/1 400	S/1 400	S/1 400
Plan de internet portátil para tablets	S/560	S/560	S/560
Capacitación en Excel	S/800		
Compra de laptop	S/2 000		
7 tablets	S/6 300		
(-) Total egresos de inversión	S/11 060	S/1 960	S/1 960
(=) Incremento de utilidades con propuesta	S/1 290,51	S/10 390,51	S/10 390,51
Flujo de incremento de caja	S/1 290,51	S/10 390,51	S/10 390,51
Flujo acumulado de incremento de caja	S/1 290,51	S/11 681,03	S/22 071,54

Fuente: Elaboración propia

Discusión

Como recomendaron [6], [7], [10] y [30], esta investigación integra algunos factores como la demanda mínima y máxima, comportamiento de consumo, políticas de la empresa, capacidades de producción y disponibilidad de materiales. Las utilidades brutas mensuales de la empresa incrementaron en 20,86% a diferencia del incremento del 1,23% de los beneficios mensuales alcanzados en [8], mostrando un incremento significativamente mayor como consecuencia de alcanzar el valor óptimo. Al igual que en [8] y a diferencia de [6] y [7], el modelo matemático de producción empleado no descarta la fabricación de ninguna de las variedades de pan debido a que toma en cuenta la demanda mínima, priorizando la satisfacción de la demanda en variedad y cantidad. Como resultado de alcanzar el mínimo recorrido necesario, los costos diarios de transporte disminuyeron en aproximadamente 10,35%, estando por debajo de los resultados alcanzados en [16] y [17] que alcanzaron una reducción del 20,07% y 20% respectivamente. Esto se debe a que, en [16] y [17], emplean la variante de problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo para alcanzar mejores resultados. Además, se disminuyó en 6,05% el recorrido diario, similar a la disminución del 6,62% obtenida en [18]. Así, se comprueba que el ruteo de vehículos con programación lineal entera obtiene mejores resultados que el ruteo empírico [18] y en tiempos razonables al analizar pocos nodos [27], aunque con un mayor grado de complejidad cuando se consideran varios productos. Finalmente, el alcanzar el máximo valor de las utilidades operativas se tradujo en una utilidad 38,41% mayor a la utilidad operativa mensual del mes analizado. Esto comprueba que, como lo indicó [11], una optimización enfocada en la producción y distribución está íntimamente relacionada con la optimización de las utilidades en una empresa panadera.

Conclusiones

La optimización de las utilidades en la empresa panadera, a través del modelo matemático de producción y el modelo de ruteo de vehículos, permitió alcanzar el valor óptimo de las utilidades operacionales de la empresa panadera. Esto representó un resultado 38,41% mayor en las utilidades operacionales mensuales, demostrando su capacidad para alcanzar mejores resultados económicos con una toma de decisiones confiables, fundamentadas y acertadas.

El diagnóstico de situación actual de la empresa permitió identificar y analizar las actividades complejas en cuanto a su producción y distribución. Además, se identificaron factores importantes como demanda, horneado, disponibilidad de materiales, políticas y comportamiento del consumidor. Los lotes de las variedades mostraron diferente margen bruto de contribución en función al establecimiento de producción, llegando a una variabilidad dentro del intervalo de -0,024% y 13,141%.

Se formuló un modelo matemático de producción con un total de 31 variables enteras y 4 variables enteras auxiliares que correspondían a los distintos productos en función al lugar de fabricación. La función objetivo se estableció como la maximización de la utilidad bruta diaria y se formularon un total de 64 restricciones por demanda mínima y máxima, disponibilidad de materia prima e insumos, comportamiento del consumidor, capacidades de horneado y políticas de la empresa. Se resolvió modelo con el software LINGO, obteniendo un resultado óptimo que generó una utilidad bruta mensual que es 20,86% mayor a la actual.

Se formuló un modelo de ruteo de vehículos con un único depósito, distancias asimétricas y con capacidad homogénea. Se adaptó para la distribución de las variedades de productos y se definieron variables binarias para representar la decisión de recorrer un arco entre establecimientos y variables enteras que representarían la carga del vehículo en cada ruta. Se realizaron las simulaciones en el software LINGO por cada variedad de producto, obteniendo una solución óptima del recorrido diario mínimo para la distribución de producto terminado, el cual generó un gasto de transporte mensual que es 10,49% menor al actual gasto.

Finalmente, se evaluó económicamente la propuesta, alcanzando mejores resultados económicos en la comparación de la situación actual y propuesta. Además, se demostró que la propuesta es viable y autosustentable.

Recomendaciones

Se recomienda realizar el seguimiento y monitoreo de la propuesta para identificar mejoras en los modelos, analizar la utilización de otros métodos de optimización heurísticos para resolver el VRP y considerar otras variantes como VRPTW o MDVRP. Adicionalmente, se podría formular un único modelo matemático que integre el modelo matemático de producción y el modelo de ruteo de vehículos.

Referencias

- [1] U. Derigs, «Optimization and operations research - Vol. 1,» Eolss Publishers Company Limited, Paris, 2009.
- [2] M. Montufar, H. Flores, N. Hein, J. López, Mantínez, Osvaldo, S. Fernández, J. Medina, L. Plá, A. Redchuk y G. Santori, Investigación de operaciones, Primera ed., México D.F.: Grupo Editorial Patria, 2018.
- [3] F. Hillier y G. Lieberman, Introducción a la investigación de operaciones, Novena ed., México D.F.: McGraw-Hill, 2010.
- [4] H. Taha, Operations Research An Introduction, Décima ed., Malaysia: Pearson Education, 2017.
- [5] N. Akpan y I. Iwok, «Application of linear programming for optimal use of raw materials in bakery,» *International Journal of Mathematics and Statistics Invention (IJMSI)*, vol. IV, n° 8, pp. 51-57, Octubre 2016.
- [6] T. Dorcas, A. Sulaiman y I. Akeyede, «Optimizing profit in Lace Baking Industry Lafia with linear programming model,» *International Journal of Statistics and Applications*, vol. VIII, n° 1, pp. 18-22, 2018.
- [7] N. Oladejo, A. Abolarinwa, S. Salawu, A. Lukman y H. Bukari, «Optimization principle and its application in optimizing Landmark University Bakery production using linear programming,» *International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET)*, vol. X, n° 2, pp. 183-190, Febrero 2019.
- [8] B. Sri Anggoro, R. Rosida, A. Mega Mentari, C. Dwi Novitasari y L. Yulista, «Profit optimization using simplex methods on Home Industry Bintang Bakery in Sukarame Bandar Lampung,» *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1155, n° 1, pp. 1-7, Febrero 2019.
- [9] Massachusetts Institute of Technology, «Applied Mathematical Programming Chapter 09,» 2018. [En línea]. Available: <https://bit.ly/2A7HmBW>. [Último acceso: 20 Mayo 2020].
- [10] N. Muda y R. Sim, «Determination of optimum values for maximizing the profit in bread production: Daily bakery Sdn Bhd,» *AIP Conference Proceedings*, vol. 1643, pp. 787-784, 3 Febrero 2017.
- [11] M. Molefe, «A linear programming model for integrated baked production and distribution planning with raw material and routing consideration,» de *Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*, Bogota, 2017.
- [12] Y. Liong, I. Wan, O. Khairuddin y M. Zirour, «Vehicle routing problem: Models and solution,» *Journal of Quality Measurement and Analysis*, vol. 4, n° 1, pp. 205-218, 2008.
- [13] E. Toro, A. Escobar y M. Granada, «Literature review on the vehicle routing problem in the green transportation context,» *Revista Luna Azul*, n° 42, pp. 362-387, 2016.
- [14] H. Kodippili y N. Samarasekera, «Vehicle routin model for milk run delivery of fresh produce: the case of a 3PL service provider catering supermarkets,» de *9th International Conference on Operations and Supply Chain Management*, Vietnam, 2019.
- [15] P. Kucera y M. Jarkovska, «The optimization of pastry delivery for NOPEK Bakery in Vysoké M'to,» *AGRIS on-line Papers in Economics and Informatics*, vol. 1, n° 4, pp. 1-14, 2010.

- [16] M.-N. Arango, W. Adarme y J. Zapata, «Comodities distribution using alternative types of transport. A study in the colombian bread SME'S,» *DYNA*, vol. 77, n° 163, pp. 222-223, 2010.
- [17] J. Pacheco, A. Alvarez, I. García y F. Angel-Bello, «Optimizing vehicle routes in a bakery company allowing flexibility in delivery dates,» *Journal of the Operational Research Society*, n° 63, pp. 569-581, 2012.
- [18] B. Tunjongsirigul y P. Pongchairerks, «A genetic algorithm for a vehicle routing problem on a real application of bakery delivery Thailand,» de *2nd International Conference on Electronic Computer Technology*, Malaysia, 2010.
- [19] D. Dziki, M. Siastała y J. Laskowski, «Ocena właściwości fizycznych pieczywa handlowego,» *Acta Agrophysica*, vol. 2, n° 18, pp. 235-244, 2011.
- [20] Universidad Carlos III de Madrid, «Manejo de sumatorios: propiedades,» 2013. [En línea]. Available: <https://bit.ly/2VTPDAM>. [Último acceso: 22 Abril 2020].
- [21] J. García, Contabilidad de costos, Cuarta ed., México DF: Mc Graw Hill, 2014.
- [22] J. Köhler, «Sensitivity analysis in integer linear: the right hand side case,» [En línea]. Available: <https://bit.ly/32tHoQk>. [Último acceso: 10 Septiembre 2020].
- [23] J. Shapiro, «Sensitivity analysis in integer programming,» Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1976.
- [24] R. Jensen, «Sensitivity analysis and integer linear programming,» *The Accounting Review*, vol. 43, n° 3, pp. 425-446, July 1968.
- [25] J. Oesterle y T. Bauernhansl, «Exact method for the vehicle routing problem with mixed linehaul and backhaul customers, heterogeneous fleet, time window and manufacturing capacity,» *Procedia CIRP*, vol. 41, pp. 573-578, 2016.
- [26] M. Mandy, F. Nashat y S. Amin, «An exact solution for a class of green vehicle routing problem,» de *International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*, Bali, 2014.
- [27] J. Machuca, M. Dorin y A. García, «Evaluación experimental de un modelo de programación lineal para el problema de ruteo de vehículos (VRP),» *Interfases*, n° 11, pp. 103-117, 2018.
- [28] D. Marsetiya, S. Kusuma, A. Wahid y I. Santoso, «The vehicle routing problem for perishable goods: A systematic review,» *Cogent Engineering*, vol. 7, n° 1, pp. 1-24, 2020.
- [29] N. Achuthan y L. Caccetta, «Integer linear programming formulation for a vehicle routing problem,» *European Journal of Operational Research*, vol. 52, n° 1, pp. 86-89, 1991.
- [30] M. Okeniyi, «Sensitivity analysis of bread production at Anifowose Bakery Industry Offa,» *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, vol. IV, n° 11, pp. 1198-1202, Noviembre 2017.
- [31] J. Mesas y M. Alegre, «El pan y su proceso de elaboración,» *Ciencia y Tecnología Alimentaria*, vol. III, n° 5, pp. 307-313, Diciembre 2002.
- [32] H. Taha, Investigación de operaciones, Séptima ed., G. Trujano, Ed., Naucalpan de Juárez: Pearson Educación, 2004.
- [33] I. Martínez, G. Vértiz, J. López, G. Jiménez y L. Moncayo, Investigación de Operaciones, Primera ed., México D.F.: Grupo Editorial Patria, 2014.

Anexos

Anexo 1. Requerimientos de M.P. de productos de horno eléctrico (kilogramos)

Producto	Pan ciabatta	Pan yema	Pan hamburguesa	Pan mollete	Pan de molde integral	Pan de molde	Pan italiano	Pan coliza
Panes por lote	378	432	432	378	54	54	432	432
Harina	9,32	10,80	10,29	10,50	13,99	15,55	11,08	11,08
Levadura	0,09	0,11	0,10	0,42	0,22	0,32	0,35	0,22
Mejorador	0,08	0,11	0,05	---	0,22	0,22	0,09	0,09
Agua (en L)	7,14	4,86	5,14	5,78	10,53	9,99	4,43	4,43
Azúcar	0,12	0,22	0,15	0,42	0,40	0,43	0,12	0,17
Sal	0,17	0,16	0,15	0,21	0,32	0,32	0,17	0,13
Manteca	0,12	0,97	1,23	0,16	0,45	0,43	1,11	1,11
H integral	---	---	---	---	2,45	---	---	---
Anís	---	0,11	---	0,11	---	---	---	---
Huevo	---	0,11	0,10	---	---	0,49	0,12	0,11
E. de vainilla	---	0,02	0,02	---	0,05	---	---	---
Ajonjolí	---	0,16	0,21	---	0,16	---	0,17	0,11
Leche en polvo	---	---	0,10	---	---	0,54	---	---
Bolsa molde	---	---	---	---	54	54	---	---
Bolsa bizcocho	---	---	---	---	---	---	---	---

Fuente: Empresa panadera

Anexo 2. Requerimientos de M.P. de lotes en horno artesanal 1 (kilogramos)

Producto	Pan Marraqueta	Pan francés	Pan Baguete	Pan mica de leña	Paquete Bizcochos	Pan de manteca
Unidades por lote (H.A. 1)	546	546	234	624	104	546
Harina	16,06	14,76	47,97	15,22	14,86	13,65
Levadura	0,24	0,44	0,39	0,15	0,45	0,55
Mejorador	0,08	0,07	0,20	0,08	0,15	---
Agua (en L)	8,03	8,85	23,40	9,13	5,94	5,46
Azúcar	0,32	0,22	0,39	0,23	4,46	0,82
Sal	0,32	0,30	0,78	0,30	0,15	0,27
Manteca	0,32	0,22	0,39	0,30	1,49	4,10
H. integral	---	---	---	---	---	---
Anís	---	---	---	---	---	---
Huevo	---	---	---	---	---	0,12
E. de vainilla	---	---	---	---	0,06	---
Ajonjolí	---	---	0,59	0,15	---	---
Leche en polvo	---	---	---	---	---	0,03
Bolsa molde	---	---	---	---	---	---
Bolsa bizcocho	---	---	---	---	104	---

Fuente: Empresa panadera

Anexo 3. Requerimientos de M.P. de lotes en horno artesanal 2 (kilogramos)

Producto	Pan Marraqueta	Pan francés	Pan Baguete	Pan mica de leña	Paquete Bizcochos	Pan de manteca
Unidades por lote (H.A. 2)	588	588	252	672	112	588
Harina	17,29	15,89	51,66	16,39	16,00	14,70
Levadura	0,26	0,48	0,42	0,16	0,48	0,59
Mejorador	0,09	0,08	0,21	0,08	0,16	0,00
Agua (en L)	8,65	9,54	25,20	9,83	6,40	5,88
Azúcar	0,35	0,24	0,42	0,25	4,80	0,88
Sal	0,35	0,32	0,84	0,33	0,16	0,29
Manteca	0,35	0,24	0,42	0,33	1,60	4,41
H. integral	---	---	---	---	---	---
Anís	---	---	---	---	---	---
Huevo	---	---	---	---	---	0,13
E. de vainilla	---	---	---	---	0,06	---
Ajonjolí	---	---	0,63	0,16	---	---
Leche en polvo	---	---	---	---	---	0,04
Bolsa molde	---	---	---	---	---	---
Bolsa bizcocho	---	---	---	---	112	---

Fuente: Empresa panadera

Anexo 4. Requerimientos de M.P. de productos de lote combinado (kilogramos)

Producto	Cachito croissant	Empanada de globo
Unidad	1	1
Harina	0,025641026	0,008411215
Levadura	0,000512821	---
Mejorador	0,00025641	---
Agua (en L)	0,012820513	0,004672897
Azúcar	0,002307692	0,000934579
Sal	0,008205128	0,001028037
Manteca	0,000512821	---
H. integral	0,000205128	0,000084
Anís	---	---
Huevo	0,0000321	---
E. de vainilla	0,0000385	---
Ajonjolí	---	---
Leche en polvo	---	---
Bolsa molde	---	---
Bolsa bizcocho	---	---

Fuente: Empresa panadera

Anexo 5. Margen de contribución de la producción en hornos eléctricos (por lote)

Producto	Lugar de fabricación	Venta por lote	Costo de producción variable por lote	Margen bruto de contribución por lote
Pan ciabatta	H. eléctrico 1	S/ 63	S/ 31,74	S/ 31,2614
	H. eléctrico 2	S/ 63	S/ 31,69	S/ 31,3128
Pan yema	H. eléctrico 1	S/ 72	S/ 41,06	S/ 30,9386
	H. eléctrico 2	S/ 72	S/ 41,02	S/ 30,9804
Pan de hamburguesa	H. eléctrico 1	S/ 72	S/ 44,88	S/ 27,1155
	H. eléctrico 2	S/ 72	S/ 44,84	S/ 27,1632
Pan mollete	H. eléctrico 1	S/ 63	S/ 37,81	S/ 25,1866
	H. eléctrico 2	S/ 63	S/ 37,78	S/ 25,2232
Pan de molde integral	H. eléctrico 1	S/ 243	S/ 77,52	S/ 165,4776
	H. eléctrico 2	S/ 243	S/ 77,55	S/ 165,4470
Pan de molde	H. eléctrico 1	S/ 216	S/ 78,42	S/ 137,5832
	H. eléctrico 2	S/ 216	S/ 78,45	S/ 137,5509
Pan italiano	H. eléctrico 1	S/ 72	S/ 45,39	S/ 26,6136
	H. eléctrico 2	S/ 72	S/ 45,35	S/ 26,6476
Pan coliza	H. eléctrico 1	S/ 72	S/ 42,95	S/ 29,0486

Fuente: Empresa panadera

Anexo 6. Margen de contribución de la producción por lotes de producto en hornos artesanales

Producto	Lugar de fabricación	Precio de venta	Costo de producción variable unitario	Margen bruto de contribución por lote
Pan marraqueta	H. artesanal 1	S/ 91	S/54,53	S/ 36,4660
	H. artesanal 2	S/ 98	S/58,40	S/ 39,6026
Pan francés	H. artesanal 1	S/ 92	S/55,86	S/ 35,1378
	H. artesanal 2	S/ 98	S/60,14	S/ 37,8597
Pan baguet	H. artesanal 1	S/ 234	S/147,14	S/ 86,8618
	H. artesanal 2	S/ 252	S/158,25	S/ 93,7526
Pan mica de leña	H. artesanal 1	S/ 78	S/54,26	S/ 23,7429
	H. artesanal 2	S/ 84	S/58,44	S/ 25,5646
Paquete de Bizcochos	H. artesanal 1	S/ 208	S/81,06	S/ 126,9360
	H. artesanal 2	S/ 224	S/87,17	S/ 143,6172
Pan de manteca	H. artesanal 1	S/ 136,5	S/74,86	S/ 61,6449
	H. artesanal 2	S/ 147	S/80,38	S/ 66,6172

Fuente: Empresa panadera

Anexo 7. Margen de contribución de la producción por productos de horneado simultaneo

Producto	Lugar de fabricación	Precio de venta	Costo de producción unitario	Margen bruto de contribución por unidad
Cachito croissant	H. artesanal 1	S/ 0,25	S/0,14315	S/ 0,1068
	H. artesanal 2	S/ 0,25	S/0,14278	S/ 0,1072
Empanada de globo	H. artesanal 1	S/ 0,25	S/0,04963	S/ 0,2004
	H. artesanal 2	S/ 0,25	S/0,04934	S/ 0,2007

Fuente: Empresa panadera

Anexo 8. Matriz de distancias asimétricas entre establecimientos (en km)

De-A	E1 Av. Las Américas #505 (HE1)	E2 Santa Ángela Mz. B Lote 1 (HE2)	E3 Pasaje Las Gardenias #130 (HA1)	E4 Av. Belaunde #925 (HA2)	E5 San Nicolás Calle Rodano #117	E6 PJ. Zamora Calle 7 de Enero #072	E7 Av. Las Américas #805
E1 Av. Las Américas #505 (HE1)	0	1	0,27	2,7	0,06	1,1	0,45
E2 Santa Ángela Mz. B Lote 1 (HE2)	0,7	0	1	3,2	0,85	1,9	0,55
E3 Pasaje Las Gardenias #130 (HA1)	0,75	0,95	0	2,5	0,5	0,9	0,65
E4 Av. Belaunde #925 (HA2)	2,7	3,1	2,5	0	2,8	3,3	2,8
E5 San Nicolás Calle Rodano #117	0,19	1	0,3	2,6	0	1,1	0,4
E6 PJ. Zamora Calle 7 de Enero #072	1,5	1,7	0,9	2,9	1,3	0	1,4
E7 Av. Las Américas #805	0,18	1,1	0,45	2,6	0,24	1,2	0

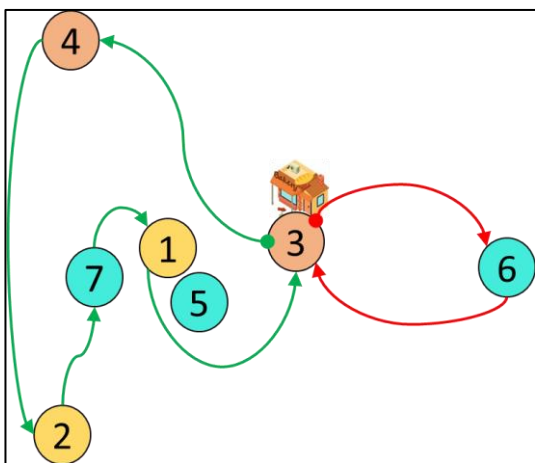
Fuente: Google Maps

Anexo 9. Demanda diaria por variedad de producto

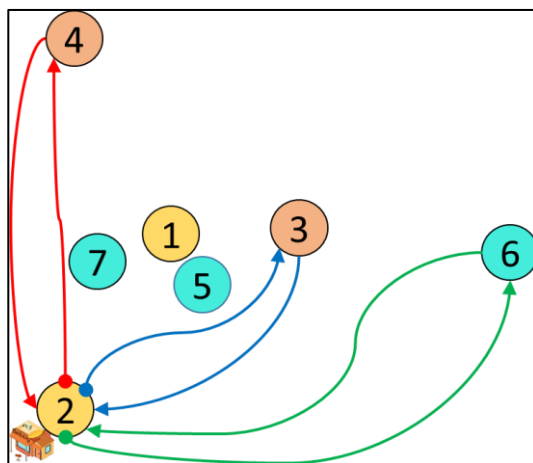
Producto / lugar de fabricación / unidades ofertadas	Demanda (unidades)							Unidades de envío del vehículo en la ruta		
	E1 (HE1)	E2 (HE2)	E3 (HE1)	E4 (HA2)	E5	E6	E7			
Pan ciabatta	E1 (HE1)	1 309	0	0	182	941	200	1 464	501	756 unidades
	E2 (HE2)	1 979								
Pan de yema	E1 (HE1)	0	0	0	305	356	0	203	0	432 unidades
	E2 (HE2)	864								
Pan hamburguesa	E1 (HE1)	0	0	0	72	108	0	180	0	432 unidades
	E2 (HE2)	360								
Pan mollete	E1 (HE1)	0	42	0	147	166	37	212	32	378 unidades
	E2 (HE2)	636								
Pan de molde integral	E1 (HE1)	54	0	19	11	8	0	16	0	108 unidades
	E2 (HE2)	0								
Pan de molde	E1 (HE1)	50	0	8	13	11	0	14	4	
	E2 (HE2)	0								
Pan italiano	E1 (HE1)	1 547	0	362	217	244	72	471	181	864 unidades
	E2 (HE2)	0								
Pan coliza	E1 (HE1)	1 176	0	200	243	180	80	353	120	432 unidades
Pan marraqueta	E3 (HE1)	0	64	104	296	0	51	404	59	546 unidades
	E4 (HA2)	978								588 unidades
Pan francés	E3 (HE1)	0	284	526	493	0	180	777	231	1 092 unidades
	E4 (HA2)	2 491								1 176 unidades
Pan baguette	E3 (HE1)	0	11	50	77	0	0	33	11	234 unidades
	E4 (HA2)	182								252 unidades
Pan mica de leña	E3 (HE1)	717	337	0	0	0	192	962	289	1 246 unidades
	E4 (HA2)	1 063								1 344 unidades
Bizcochos	E3 (HE1)	260	45	22	0	0	32	182	48	104 unidades
	E4 (HA2)	69								112 unidades
Pan de manteca	E3 (HE1)	0	0	272	301	0	0	332	0	546 unidades
	E4 (HA2)	905								588 unidades
Cachito croissant	E3 (HE1)	700	0	190	0	270	0	240	0	Modelo matemático de producción: 476 cachitos y 60 empanadas
	E4 (HA2)	0								
Empanada de globo	E3 (HE1)	97	12	10	0	25	0	34	16	
	E4 (HA2)	0								

Fuente: Elaboración propia

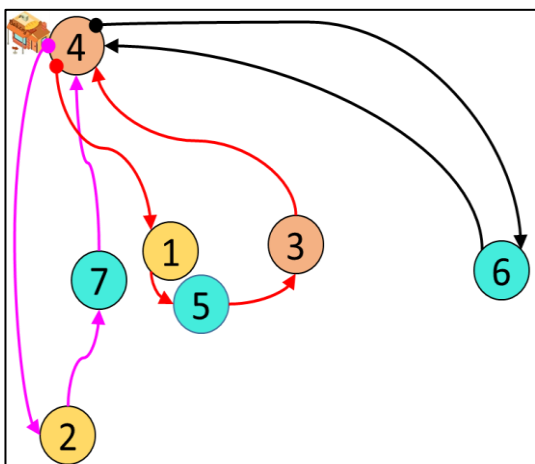
Anexo 10. Ruteo de vehículos de algunas variedades



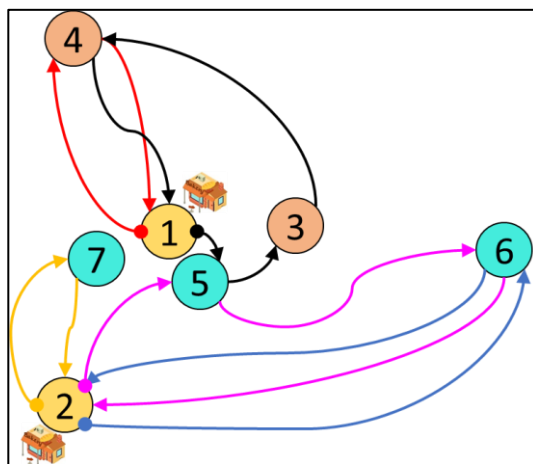
Lotes combinados (cachito y empanadas)



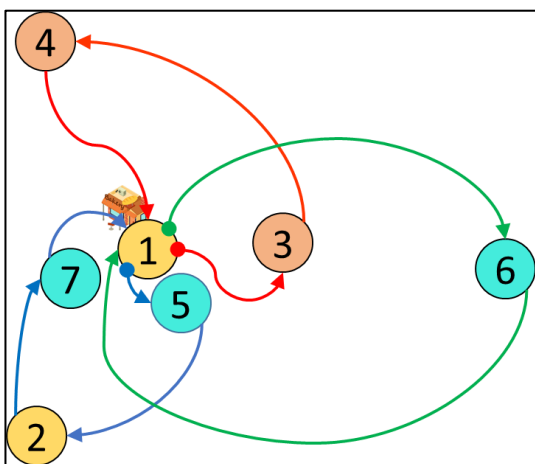
Lotes pan de yema



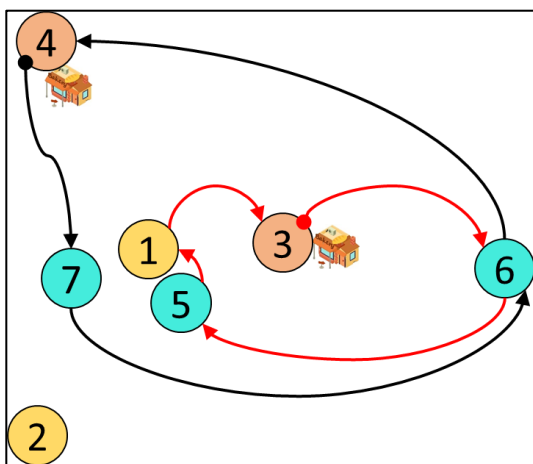
Lotes de pan francés



Lotes de pan ciabatta



Lotes de pan coliza



Lotes pan mica de leña

Fuente: Elaboración propia